

# Spettro di un segnale rettangolare unipolare periodico

Il teorema di Fourier:

Un segnale  $s(t)$  periodico, di periodo  $T$ , è equivalente alla somma di un termine costante ( componente continua o valor medio ) e di infinite sinusoidi, dette armoniche con frequenza multipla della prima ( fondamentale )

La fondamentale ha frequenza pari a quella del segnale:  $f = 1/T$

L'armonica ennesima ha frequenza:  $f_n = n \cdot f$

Per visualizzare sullo schermo di un PC lo spettro di un segnale è necessario

campionarlo. Dividendo il periodo  $T$  in intervalli:  $\Delta t = \frac{T}{N}$

Campionare il segnale  $s(t)$  significa considerare il valore del segnale in istanti:

$i * \Delta t$  per " i " compresi tra 0 e  $N-1$ .

Quindi per il valor medio o componente continua si ha: (  $T = N * \Delta t$  )

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t)$$

per le armoniche di ordine " n " per " n " compreso tra 1 e  $M \ll N$  si ha per la componente in fase:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n \omega t) dt = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos(n * \omega * i * \Delta t) * \Delta t$$

essendo:  $n * \omega * i * \Delta t = n * \frac{2\pi}{T} * i * \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N} * i * n$

si ha:  $A_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos(n * \frac{2\pi}{N} * i)$

e analogamente per la componente in quadratura:

$$B_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \sin(n * \frac{2\pi}{N} * i)$$

e quindi il modulo dell'armonica ennesima è:

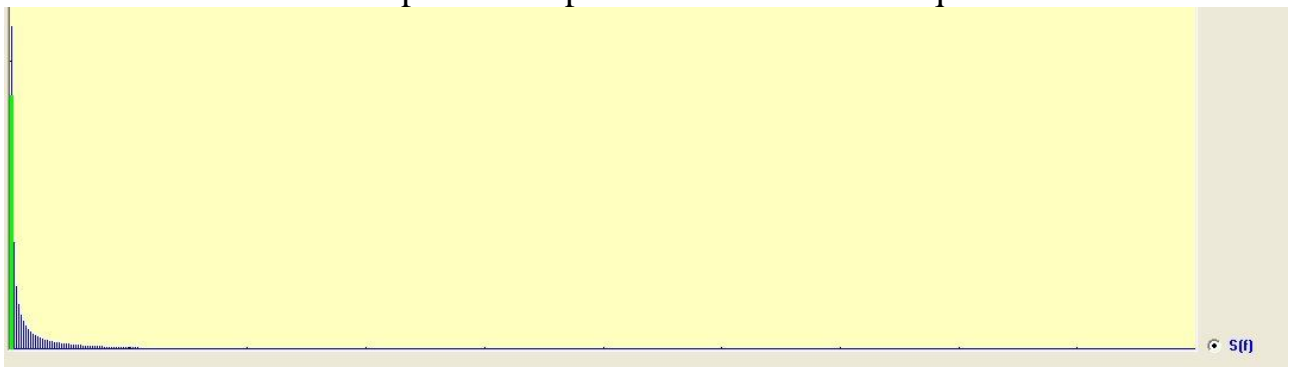
$$|S_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

con “n” intero.

Un caso significativo è certamente quello con D.C. = 0.5 , si hanno solo armoniche dispari a frequenza “ f “ , “ 3f “ , “ 5f “ ecc. M = 5 ( N° armoniche visualizzate ), N = 10000 ( N° campioni )



Sempre con D.C. = 0.5 ma con M = 1000 ( N° armoniche visualizzate ), N = 10000 ( N° campioni )  
le armoniche sono solo dispari e occupano un intervallo di frequenze ristretto.



Mentre se il D.C. è molto piccolo es. D.C. = 0.01, M = 1000 ( N° armoniche visualizzate ), N = 10000 ( N° campioni )  
le armoniche sono pari e dispari e occupano un intervallo di frequenze molto ampio.

