

Spettro di un segnale rettangolare unipolare periodico

Il teorema di Fourier:

Un segnale $s(t)$ periodico, di periodo T , è equivalente alla somma di un termine costante (componente continua o valor medio) e di infinite sinusoidi, dette armoniche con frequenza multipla della prima (fondamentale)

La fondamentale ha frequenza pari a quella del segnale: $f = 1/T$

L'armonica ennesima ha frequenza: $f_n = n \cdot f$

Per visualizzare sullo schermo di un PC lo spettro di un segnale è necessario

campionarlo. Dividendo il periodo T in intervalli: $\Delta t = \frac{T}{N}$

Campionare il segnale $s(t)$ significa considerare il valore del segnale in istanti:

$i * \Delta t$ per " i " compresi tra 0 e $N-1$.

Quindi per il valor medio o componente continua si ha: ($T = N * \Delta t$)

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t)$$

per le armoniche di ordine " n " per " n " compreso tra 1 e $M \ll N$ si ha per la componente in fase:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n \omega t) dt = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos(n * \omega * i * \Delta t) * \Delta t$$

essendo: $n * \omega * i * \Delta t = n * \frac{2\pi}{T} * i * \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{T} * i * n$

si ha: $A_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos(n * \frac{2\pi}{N} * i)$

e analogamente per la componente in quadratura:

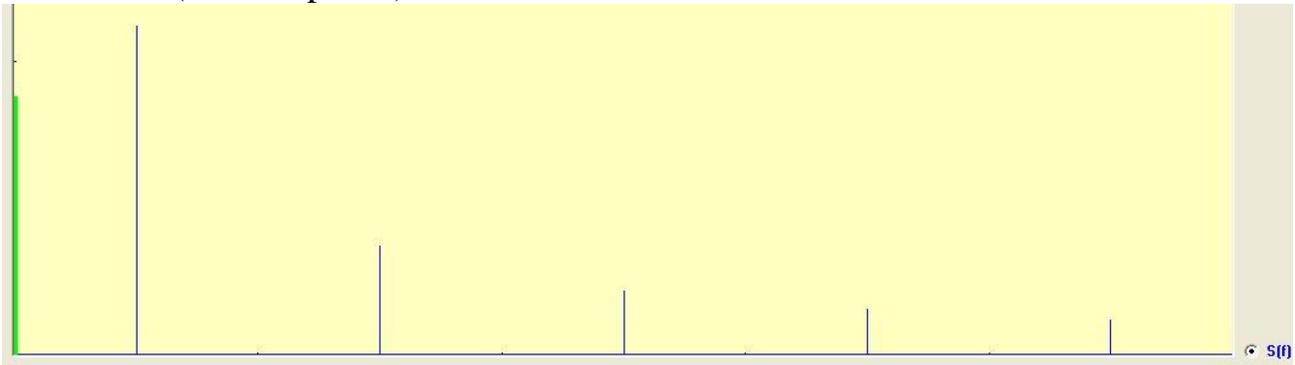
$$B_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \text{sen}\left(n * \frac{2\pi}{N} * i\right)$$

e quindi il modulo dell'armonica ennesima è:

$$|S_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

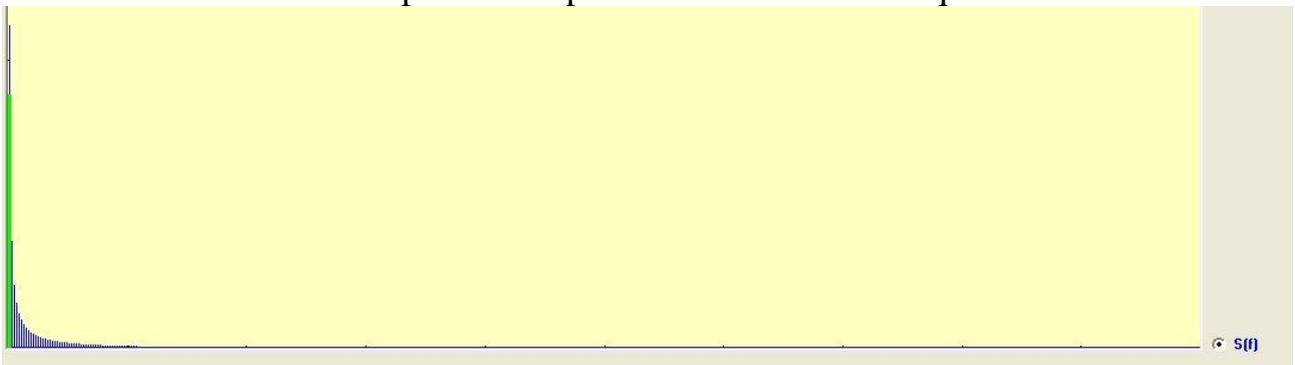
con "n" intero.

Un caso significativo è certamente quello con D.C. = 0.5 , si hanno solo armoniche dispari a frequenza " f " , " 3f " , " 5f " ecc. M = 5 (N° armoniche visualizzate) , N = 10000 (N° campioni)



Sempre con D.C. = 0.5 ma con M = 1000 (N° armoniche visualizzate) , N = 10000 (N° campioni)

le armoniche sono solo dispari e occupano un intervallo di frequenze ristretto.



Mentre se il D.C. è molto piccolo es. D.C. = 0.01, M = 1000 (N° armoniche visualizzate) , N = 10000 (N° campioni)

le armoniche sono pari e dispari e occupano un intervallo di frequenze molto ampio.

