

Spettro di un segnale impulsivo tipo $\sin^2(t)$ periodico

Il teorema di Fourier:

Un segnale $s(t)$ periodico, di periodo T , è equivalente alla somma di un termine costante (componente continua o valor medio) e di infinite sinusoidi, dette armoniche con frequenza multipla della prima (fondamentale)

La fondamentale ha frequenza pari a quella del segnale: $f = 1/T$

L'armonica ennesima ha frequenza: $f_n = n \cdot f$

Per visualizzare sullo schermo di un PC lo spettro di un segnale è necessario

campionarlo. Dividendo il periodo T in intervalli: $\Delta t = \frac{T}{N}$

Campionare il segnale $s(t)$ significa considerare il valore del segnale in istanti:

$i * \Delta t$ per " i " compresi tra 0 e $N-1$.

Quindi per il valor medio o componente continua si ha: ($T = N * \Delta t$)

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t)$$

per le armoniche di ordine " n " per " n " compreso tra 1 e $M \ll N$ si ha per la componente in fase:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n \omega t) dt = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos(n * \omega * i * \Delta t) * \Delta t$$

essendo: $n * \omega * i * \Delta t = n * \frac{2\pi}{T} * i * \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N} * i * n$

si ha:
$$A_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \cos\left(n * \frac{2\pi}{N} * i\right)$$

e analogamente per la componente in quadratura:

$$B_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{N-1} s(i * \Delta t) * \sin(n * \frac{2\pi}{N} * i)$$

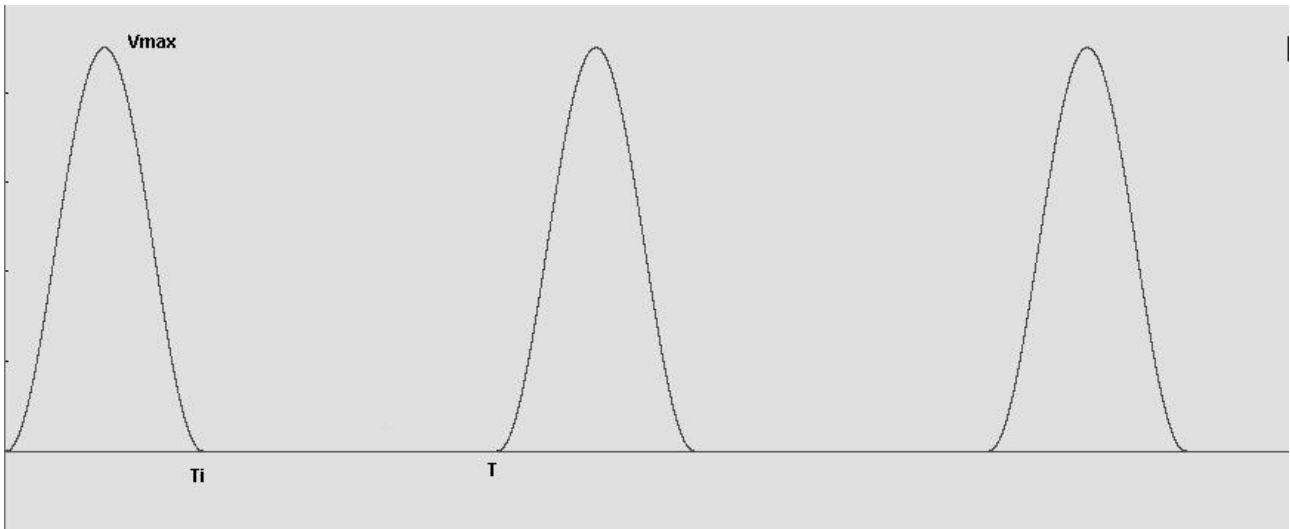
e quindi il modulo dell'armonica ennesima è:

$$|S_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

con “n” intero.

Definendo il duty cycle come : $D.C. = \frac{T_i}{T} = r$

Il segnale s(t) si può esprimere come:



$$s(t) = V_{\max} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot t}{T_i}\right) \quad \text{per : } 0 \leq t \leq T_i$$

$$s(t) = 0 \quad \text{per : } T_i \leq t \leq T$$

$$r = \frac{T_i}{T} ;$$

$$t = i \bullet \Delta t = i \bullet \frac{T}{N}$$

$$T_i = r \bullet T$$

ottengo:

$$s(i) = V_{\max} \bullet \text{sen}^2\left(\frac{\pi \bullet i}{r \bullet N}\right) \quad \text{per : } 0 \leq i \leq r \bullet N$$

$$s(i) = 0 \quad \text{per: } r \bullet N + 1 \leq i \leq N - 1$$

quindi per rappresentare il segnale $s(t) = v(t)$ posso usare una matrice ottenuta con due cicli for :

```
For i = 0 To r * N
v(i) = Vmax * (Sin(pi * i / (r * N))) ^ 2
Next i
```

```
For i = r * N + 1 To N - 1
v(i) = 0
Next i
```

```
v(N) = 0
```

Esaminando gli spettri del segnale impulsivo rettangolare e di quello tipo $\text{sen}^2(t)$ si vede che quest'ultimo occupa una minore banda.